

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

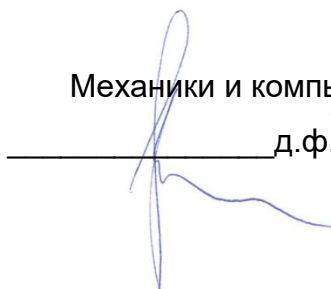
УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Механики и компьютерного моделирования

д.ф.-м.н., проф. А. В. Ковалев

21.03.2025г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.02 Теория случайных процессов

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 15.03.06 Мехатроника и робототехника.
- 2. Профиль подготовки/специализация:** Интеллектуальные системы управления в мехатронике и робототехнике.
- 3. Квалификация (степень) выпускника:** Бакалавр
- 4. Форма образования:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** Механики и компьютерного моделирования
- 6. Составители программы:**
Иванищева Ольга Ивановна к. ф. м. н., доцент, факультет ПММ, кафедра МиКМ
- 7. Рекомендована:** НМС факультета ПММ 17.03.2025, протокол № 6.
- 8. Учебный год:** 2027 - 2028 **Семестр(-ы):** 5

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цель изучения дисциплины: Овладеть аппаратом теории случайных функций для построения и исследования мехатронных моделей и робототехнических систем со случайными параметрами.

Задачи учебной дисциплины: изучение студентами основ случайных процессов с целью применения их при решении прикладных задач; владение методами и современными подходами в теории случайных функций, способностью проводить оценку возможных рисков.

10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

Учебная дисциплина относится к формируемой участниками образовательных отношений части Блока 1.

. Для освоения дисциплины необходимы знания дисциплин: теория вероятностей и математическая статистика, математический анализ, алгебра, дифференциальные уравнения. Освоение дисциплины позволит в дальнейшем изучать дисциплины: физико-механический практикум и вычислительный эксперимент, математические модели в механике сплошной среды, лабораторный практикум, а также специальные курсы по профилю подготовки.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-3	Способен осуществлять выбор программного обеспечения для системы управления гибкими производственным и системами в машиностроении	ПК-3.1	Проводит анализ существующих программных сред для разработки и сопряжения систем управления гибкими производственными процессами и осуществляет выбор оптимальных решений	Знать: основные положения теории случайных функций и ее прикладные возможности Уметь: проводить первичный анализ накопленного отечественного и международного научного материала для построения и анализа моделей со случайными параметрами Владеть: основами методов теории стационарных, гауссовских и марковских процессов для решения прикладных задач.

ПК-5	Способен осуществлять проведение работ по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований, выполненных под руководством специалиста более высокой квалификации	ПК-5.1	Накапливает и систематизирует знания в отношении передового отечественного и международного опыта в области мехатроники и робототехнических систем	Знать :прикладные возможности использования теории случайных функций в области построения и исследования математических моделей механики. Уметь: систематизировать и накапливать знания в области стохастического анализа с возможностью построения моделей со случайными параметрами. Владеть:умением анализа применимости разделов курса для решения прикладных задач виртуального моделирования
------	---	--------	--	--

12 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом – 3/108.

Форма промежуточной аттестации(зачет/экзамен) Зачет.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (часы)	
	Всего	По семестрам
		№5
Аудиторные занятия	48	48
в том числе:		
лекции	32	32
практические	16	16
лабораторные		
самостоятельная работа	60	60
Форма промежуточной аттестации	зачет	зачет
Итого:	108	108

13.1 Содержание разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
1. Лекции			
1	Основные понятия теории случайных процессов	Определение случайного процесса. Законы распределения и моменты случайных функций. Основные классы случайных процессов. Условное математическое ожидание и условная вероятность.	ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579

2	Элементы стохастического анализа	Сходимость случайных процессов. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость случайных процессов	ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579
3	Стационарные случайные процессы	Спектральное разложение стационарного случайного процесса. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений и систем. Эргодическое свойство стационарных случайных процессов.	ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579
4	Марковские процессы	Марковские процессы. Уравнения Колмогорова. Диффузионные марковские процессы и уравнения для их переходных вероятностей типа уравнения теплопроводности. Переход от динамической системы со случайными возмущениями к диффузионному случайному процессу.	ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579
2. Практические занятия			
1	Основные понятия теории случайных процессов	Определение случайного процесса. Законы распределения и моменты случайных функций. Основные классы случайных процессов. Условное математическое ожидание и условная вероятность.	ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579
2	Элементы стохастического анализа	Сходимость случайных процессов. Непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость случайных процессов	ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579
3	Стационарные случайные процессы	Спектральное разложение стационарного случайного процесса. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений и систем. Эргодическое свойство стационарных случайных процессов.	ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579
4	Марковские процессы	Марковские процессы. Уравнения Колмогорова. Диффузионные марковские процессы и уравнения для их переходных вероятностей типа уравнения теплопроводности. Переход от динамической системы со случайными возмущениями к диффузионному случайному процессу.	ТСП_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579

13.2 Разделы дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Основные понятия теории случайных процессов	8	4		10	22
2	Элементы стохастического анализа	8	4		12	24
3	Стационарные случайные процессы	8	4		18	30
4	Марковские процессы.	8	4		20	32
	Итого:	32	16		60	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Освоение дисциплины «Теория случайных процессов» включает лекционные, практические занятия и самостоятельную работу обучающихся.

На первом занятии студент получает информацию для доступа к комплексу учебно-методических материалов.

На лекционных занятиях студенты знакомятся с основными понятиями курса, их логической взаимосвязью. Изучение тем начинается с лекций, которые составляют основу теоретической подготовки студентов. Лекции читаются с использованием технических средств обучения.

Практические занятия предназначены для формирования умений и навыков, закрепленных компетенций по ОПОП. Они организуются в виде работы над практико-ориентированными заданиями, домашние задания, собеседования, выполнение практических работ. Самостоятельная работа студентов включает в себя проработку учебного материала, разбор заданий практических заданий и анализ решения. Для успешного освоения дисциплины рекомендуется использовать материалы учебно-методических пособий по курсу, просматривать основную и дополнительную литературу по соответствующей теме, чтобы систематизировать изучаемый материал.

Промежуточная аттестация. В течение семестра обучающимся предлагается выполнить практико-ориентированные домашние задания. К промежуточной аттестации, проводимой на последнем занятии, представляются отчеты по практическим работам и обзор пройденного материала.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения следует выполнять все указания преподавателя по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

(список оформляется в соответствии с требованиями ГОС и ФГОС, используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Шалимов, А. С. Случайные процессы : учебное пособие : [16+] / А. С. Шалимов ; Научно-производственный комплекс «Технологический центр». – Москва : Техносфера, 2024. – 142 с. – (Мир математики). – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=719942 (дата обращения: 19.05.2025). –

	Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-94836-685-2. – Текст : электронный.
2	Балдин, К. В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукоусев. – 6-е изд., стер. – Москва : Дашков и К°, 2023. – 472 с. : табл., схем., граф. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=711028 (дата обращения: 19.05.2025). – Библиогр.: с. 433-434. – ISBN 978-5-394-05335-1. – Текст : электронный.
3	Статистическое моделирование и анализ экспериментальных данных : учебник : [16+] / Е. Ю. Бутырский, А. П. Жабко, Н. А. Жукова, В. В. Цехановский. – Москва : Директ-Медиа, 2025. – 372 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=717875 (дата обращения: 19.05.2025). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4499-4828-1. – DOI 10.23681/717875. – Текст : электронный.
4	. Колданов, А. П. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник : [16+] / А. П. Колданов, П. А. Колданов. – Москва : Издательский дом Высшей школы экономики, 2023. – 249 с. – (Учебники Высшей школы экономики). – Режим доступа: по подписке. – URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=708119 (дата обращения: 19.05.2025). – Библиогр.: с. 239. – ISBN 978-5-7598-2544-9 (в пер.). – ISBN 978-5-7598-2829-7 (e-book). – DOI 10.17323/978-5-7598-2544-9. – Текст : электронный.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	<u>Хрущева, И. В.</u> Основы математической статистики и теории случайных процессов : учебное пособие / И. В. Хрущева, В. И. Щербаков, Д. С. Леванова. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 336 с. — ISBN 978-5-8114-0914-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/167790
2	<u>Свешников, А. А.</u> Прикладные методы теории марковских процессов : монография / А. А. Свешников. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-0719-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/167711
3	Теория случайных процессов : учебно-методическое пособие / составитель С. П. Моисеева. — Томск : ТГУ, [б. г.]. — Часть 2 : Марковские процессы — 2014. — 58 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/76727
4	<u>Волков, Игорь Куприянович.</u> Случайные процессы : учебник для студ. вузов / И. К. Волков, С. М. Зуев, Г. М. Цветкова ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. — Изд. 2-е, стер. — М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. — 447 с. : ил. — (Математика в техническом университете ; Вып. 18). — Предм. указ.: с. 440-444. — Библиогр.: с. 438-439. — ISBN 5-7038-1573-8 ((в пер.)) , 1000 экз. — ISBN 5-7038-1270-4. https://lib.vsu.ru/zgate

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. — Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru .
2	Онлайн-курс, размещенный на LMS-платформе edu.vsu.ru: «ТСП_1» https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579
3	Электронно-библиотечная система "Лань" https://e.lanbook.com/
4	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online" https://biblioclub.lib.vsu.ru/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

Самостоятельная работа обучающегося должна включать подготовку к практическим занятиям, контрольной работе и подготовку к промежуточной аттестации.

Для обеспечения самостоятельной работы студентов в электронном курсе дисциплины на образовательном портале «Электронный университет ВГУ» сформирован учебно-методический комплекс ТСП_1 <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579>, который включает в себя: программу курса, лекционный материал с контрольными вопросами для самопроверки, практические задания с примерами выполнения и проверочные тесты.

Студенты получают доступ к данным материалам на первом занятии по дисциплине. Указанные в учебно-методическом комплексе учебные пособия и справочные материалы для самостоятельной работы, приведены в таблице ниже:

№ п/п	Источник
1	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете
2	Теория случайных процессов : учебно-методическое пособие / составитель С. П. Моисеева. — Томск : ТГУ, [б. г.]. — Часть 2 : Марковские процессы — 2014. — 58 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/76727
3	Волков, Игорь Куприянович. Случайные процессы : учебник для студ. вузов / И. К. Волков, С. М. Зуев, Г. М. Цветкова ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко .— Изд. 2-е, стер. — М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003 .— 447 с. : ил. — (Математика в техническом университете ; Вып. 18) .— Предм. указ.: с. 440-444 .— Библиогр.: с. 438-439 .— ISBN 5-7038-1573-8 ((в пер.)) , 1000 экз. — ISBN 5-7038-1270-4. https://lib.vsu.ru/zgate
4	Свешников, А. А. Прикладные методы теории марковских процессов : монография / А. А. Свешников. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 192 с. — ISBN 978-5-8114-0719-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/167711
5	Онлайн-курс, размещенный на LMS-платформе edu.vsu.ru: «ТСП_1» https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины могут проводиться различные типы лекций (вводная, обзорная и т.д.), применяться дистанционные образовательные технологии в части освоения лекционного материала, самостоятельной работы по дисциплине или отдельным ее разделам.

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале. Применяются разные типы лекций (вводная, обзорная, информационная, проблемная).

Информационные технологии для реализации учебной дисциплины:

- технологии синхронного и асинхронного взаимодействия студентов и преподавателя посредством служб (сервисов) по пересылке и получению электронных сообщений, в том числе, по сети Интернет а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.;

- сервис электронной почты для оперативной связи преподавателя и студентов.

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, для организации самостоятельной работы обучающихся используется онлайн-курс, размещенный на платформе Электронного университета ВГУ <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6579>, а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины: Лекционная аудитория должна быть оборудована учебной мебелью, компьютером, мультимедийным оборудованием (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), допускается переносное оборудование.

Учебная аудитория для практических занятий: специализированная мебель, персональные компьютеры в количестве, обеспечивающем возможность индивидуальной работы, компьютер преподавателя, мультимедийное оборудование (проектор, экран).

Для самостоятельной работы необходимы компьютерные классы, помещения, оснащенные компьютерами с доступом к сети Интернет.

Программное обеспечение: ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Chrome, Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, МойОфис, LibreOffice).

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Основные понятия теории случайных процессов	ПК-3	ПК-3.1	<i>Собеседование</i>
2	Элементы стохастического анализа	ПК-3	ПК-3.1	<i>Контрольная работа</i>
3	Стационарные случайные процессы	ПК-5	ПК-5.1	<i>Собеседование</i>
4	Марковские процессы	ПК-5	ПК-5.1	<i>Контрольная работа</i>
Промежуточная аттестация форма контроля - зачет				<i>Перечень вопросов</i>

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Контрольная работа

Вариант №1 1. Определение случайного процесса. 2. Свойства спектральной плотности. 3. Проверить дифференцируемость случайного процесса со спектральной плотностью $\frac{\sigma_x^2(\alpha^4 + (\omega^4 + \alpha^2))}{\omega^6 + \alpha^4}$ 4. Привести пример корреляционной функции стационарного случайного процесса.	Вариант №2 1.Определение корреляционной функции случайного процесса. 2.Эргодическое свойство стационарных случайных процессов.. 3.Проверить дифференцируемость случайного процесса со спектральной плотностью $\frac{\sigma_x^2(\alpha^2 + (\omega^2 + \alpha^2))}{(\omega^6 + \alpha^2)^2}$ 4. Привести пример случайного процесса.
Вариант № 3. 1. Определение стационарного процесса. 2. Свойства корреляционной функции. 3. Проверить дифференцируемость случайного процесса с корреляционной функцией $K_x(\tau) = D_x \exp(-\alpha \tau) \cos \beta\tau, \alpha > 0$ 4. Спектральные разложения.	Вариант № 4 1.Определение интеграла от случайной функции. 2. Корреляционная функция интеграла от случайной функции. 3.Проверить дифференцируемость случайного процесса с корреляционной функцией $K_x(\tau) = D_x \exp(-\alpha\tau^2) \cos \beta\tau, \alpha > 0$ 4. Свойства спектральной плотности.
Вариант №5 1. Корреляционная функция производной от случайного процесса. 2. Привести пример спектральной плотности. 3.Проверить дифференцируемость случайного процесса с корреляционной функцией $K_x(\tau) = D_x \exp(-\alpha \tau), \alpha > 0$ 4. Спектральная плотность производной от стационарного процесса.	Вариант №6 1. Достаточное условие дифференцируемости 2. случайного процесса. 3. Установить стационарность производной от стационарного случайного процесса. 4. Проверить дифференцируемость случайной функции со спектральной плотностью $\frac{\alpha\sigma_x^2(\alpha^2 + \omega^2 + \beta^2)}{\pi((\omega^2 + \alpha^2 + \beta^2)^2 - 4\beta^2\omega^2)}$ 5. Свойства дифференциалов $d\Phi_x(\omega)$

Описание технологии проведения

Проводится на практическом занятии, время проведения 2 часа. Результаты предоставляются на проверку в письменном виде.

Критерии и шкалы оценивания

Оценка	Критерии оценок
Отлично	Правильное решение задачи. Получены основные характеристики объектов
Хорошо	Правильное решение задачи. Получены основные характеристики объектов, но есть некоторые ошибки.
Удовлетворительно	Неправильное решение задачи, но верно выбран метод решения.

Неудовлетворитель но	Неправильное решение задачи, причем неверно выбран метод решения.
-------------------------	---

Собеседование

Перечень вопросов для собеседования:

Контрольные вопросы по теоретическим разделам текущих тем

Тема: «Свойства корреляционной функции»

1. Определение корреляционной функции случайного процесса
2. Показать, что корреляционная функция комплексной случайной функции также является комплексной.
3. Доказать свойство симметрии корреляционной функции действительного случайного процесса.
4. Показать, что корреляционная функция не изменяется от прибавления к ней неслучайной величины или функции
5. Перечислить и доказать основные свойства корреляционной функции стационарного процесса
6. Привести примеры корреляционных функций для действительных стационарных случайных процессов

Тема: Эргодическое свойство стационарных случайных процессов

1. Понятие эргодического свойства.
2. Практическое значение эргодического свойства
3. Условие эргодичности по отношению к математическому ожиданию.
4. Какую величину интервала осреднения нужно выбирать для надежного определения математического ожидания и корреляционной функции случайного процесса, обладающего эргодическим свойством.

Тема: Дифференцирование и интегрирование случайных функций

1. Определение предела случайного процесса в среднем квадратическом
2. Условие непрерывности случайного процесса.
3. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости случайного процесса
4. Условие дифференцируемости стационарного процесса
5. Обладает или нет свойством стационарности производная от стационарного процесса?
6. Как связаны математические ожидания случайного процесса и его производной?
7. Как связаны корреляционные функции случайного процесса и его производной?
8. Определение интеграла от случайного процесса
9. Условие интегрируемости случайного процесса
10. Обладает или нет свойством стационарности интеграл от стационарного случайного процесса?

Тема : Спектральные разложения

1. К каким случайным процессам применимы спектральные разложения?
2. Определение спектрального разложения
3. Свойства дифференциалов $d\Phi(\omega)$
4. Свойства спектральной плотности
5. Связь между спектральной плотностью и корреляционной функцией
6. Понятие «белого шума»
7. Привести примеры функций, которые можно рассматривать как спектральные плотности стационарных случайных функций.

Тема: *Спектральная плотность линейной комбинации стационарной случайной функции и ее производных. Стационарное решение дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.*

1. Спектральная плотность производной от стационарного процесса
2. Как проверить дифференцируемость стационарного случайного процесса с помощью его спектральной плотности?
3. Установить зависимость между спектральной плотностью случайного процесса $Z(t) = P_m(p)X(t)$, где $X(t)$ - стационарный случайный процесс, $P_m(p)$ -полином степени m от оператора $p = \frac{d}{dt}$ и спектральной плотностью $S_x(\omega)$.
4. Сформулировать условия, при которых существует стационарное решение $Y(t)$ дифференциального уравнения $P_m(p)Y(t) = Q_n(p)X(t)$, где $X(t)$ - стационарный случайный процесс, $P_m(p), Q_n(p)$ -полиномы степени m и n с постоянными неслучайными коэффициентами от оператора $p = \frac{d}{dt}$.
5. Найти спектральную плотность $S_y(\omega)$ стационарного решения дифференциального уравнения $P_m(p)Y(t) = Q_n(p)X(t)$
6. Используя правило построения спектральной плотности производной n -го порядка, от стационарного процесса, привести примеры линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, имеющие решение.

Тема *Определение корреляционной функции решения неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами при нестационарной правой части*

1. Привести примеры случайных процессов $Z(t)$, для которых удается получить частный интеграл дифференциального уравнения $P_m(p)Y(t) = Z(t)$ при нулевых начальных условиях. Здесь $P_m(p)$ -полином степени m с постоянными неслучайными коэффициентами от оператора $p = \frac{d}{dt}$.
2. Привести пример случайной функции $Z(t)$, приводящей к стационарности частного интеграла дифференциального уравнения $P_m(p)Y(t) = Z(t)$ при нулевых начальных условиях.
3. Привести общий вид решения дифференциального уравнения $P_m(p)Y(t) = Z(t)$, когда начальные условия являются случайными величинами

Тема: *Вероятностные характеристики решений системы линейных уравнений*

1. Алгоритм построения вероятностных характеристик решения системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами $\frac{dY_j(t)}{dt} + \sum_{m=1}^n a_{jm}Y_m(t) = X_j(t), j \in \{1, 2, \dots, n\}$. Здесь функции $X_j(t)$ стационарны и стационарно связаны, а начальные условия нулевые.

2. Почему при исследовании вероятностных характеристик решений системы n дифференциальных уравнений не целесообразно сводить ее к одному уравнению n -го порядка?

Описание технологии проведения. Проводится в виде опроса на лекционных и практических занятиях, возможно использование тестовой формы опроса.

Критерии и шкалы оценивания:

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

- 1 балл – дан верный ответ;
- 0 баллов – дан неверный ответ, в том числе частично.

20.2 Промежуточная аттестация Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Собеседование по вопросам

(наименование оценочного средства промежуточной аттестации)

Вопросы к зачету

1. Определение случайного процесса.
2. Функция распределения случайного процесса..
3. Непрерывный случайный процесс.
4. Законы распределения случайного процесса.
5. Моменты случайных процессов.
6. Комплексные случайные функции.
7. Корреляционная функция и ее свойства.
8. Определение стационарного случайного процесса.
9. Стационарность в широком смысле.
10. Спектральные разложения стационарных случайных процессов.
11. Свойства спектральной плотности.
12. Предел случайной функции.
13. Производная от случайной функции.
14. Достаточное условие дифференцируемости случайного процесса.
15. Интеграл от случайной функции.
16. Условие интегрируемости.
17. Спектральная плотность производной от стационарной случайной функции.
18. Определение и общие свойства марковских процессов.
19. Уравнения Колмогорова.
20. Коэффициенты уравнения Колмогорова.
21. Нормальные случайные процессы.
22. Спектральная плотность стационарного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения со стационарной правой частью.
23. Эргодическое свойство стационарных случайных процессов.
24. Классификация случайных процессов..
25. Примеры корреляционных функций стационарных случайных процессов

Описание технологии проведения. Зачет проводится в форме собеседования на основе КИМ, составленных на основе вопросов для подготовки к зачету.

Оценка	Критерии оценок

зачтено	Знает основные положения теории случайных функций и ее прикладные возможности. Умеет: проводить первичный анализ накопленного отечественного и международного научного материала для построения и анализа моделей со случайными параметрами Владеет основами методов теории стационарных, гауссовских и марковских процессов для решения прикладных задач.
Не зачтено	Знает частично основные положения теории случайных функций и ее прикладные возможности, но не владеет основами методов теории стационарных, гауссовских и марковских процессов для решения прикладных задач.

Зачет может проводиться в виде теста в электронной образовательной среде «Электронный университет ВГУ». Большая часть вопросов проверяется автоматически, проверки преподавателем с ручным оцениванием требуют только расчетные задачи, практико-ориентированные задачи

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1) Обладает или нет свойством стационарности в широком смысле производная от стационарного случайного процесса?

А) да.

Так как математическое ожидание производной от стационарного случайного процесса равно нулю, а вторая производная от корреляционной функции зависит от одной переменной.

В) нет

2) Для каких случайных процессов определения стационарности в широком и узком смыслах совпадают ?

А) нормальных .

Для них математическое ожидание постоянно, все моменты нечетных порядков равны нулю, а моменты четных порядков выражаются через момент второго порядка, зависящий только от разности между аргументами

В) общего вида

3) Корреляционная функция действительного стационарного случайного процесса четна?

А) да

Так как из определения корреляционной функции следует ее симметричность , приводящая в стационарном случае к четности.

В) нет

4) Спектральная плотность стационарного случайного процесса имеет вид

$$S(\omega) = \frac{\sigma^2 \alpha^2}{\omega^2 + \alpha^2} \quad S(\omega) = \frac{\sigma^2 \alpha^2}{\omega^2 + \alpha^2}$$

А) Процесс дифференцируемый

В) процесс не является дифференцируемым

Так как выполняется условие $\lim_{|\omega| \rightarrow \infty} \omega^2 S(\omega) \neq 0$ $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega^2 S(\omega) \neq 0$

5) Может ли обладать эргодическим свойством нестационарный случайный процесс?

А) да

В) нет

Так как статистические свойства меняются с изменением аргумента и отдельные куски реализации нельзя считать различными реализациями, отвечающими одинаковым условиям опыта

б) Какие из функций переменной τ можно рассматривать в качестве корреляционных функций стационарного случайного процесса

а) $\sigma^2 \exp(\tau)$; ~~$\sigma^2 \exp(\tau)$~~

б) $\sigma^2 \frac{1}{\tau^2}$; ~~$\sigma^2 \frac{1}{\tau^2}$~~

с) $\sigma^2 \exp(-\alpha \tau^2), \alpha > 0$ ~~$\sigma^2 \exp(-\alpha \tau^2), \alpha > 0$~~

Функция четна, достигает максимума в нуле и стремится к нулю при стремлении τ к бесконечности

7) Интеграл от стационарной случайной функции обладает свойством стационарности ?

А) нет

Так как математическое ожидание интеграла от стационарного случайного процесса не является постоянным, а корреляционная функция не отразности между моментами времени, а от каждого аргумента в отдельности

В) да

8) Какой случайный процесс может быть представлен в виде интеграла Стильеса ?

А) стационарный в широком смысле

Когда корреляционная функция удовлетворяет условию

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |K(\tau)| d\tau < \infty$$

В) общего вида.

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

1. Определение и свойства корреляционной функции случайного процесса

Пример ответа. Корреляционной функцией случайного процесса называется функция двух переменных, которая каждой паре моментов времени сопоставляет корреляционный момент соответствующих сечений процесса.

Пример ответа: Корреляционная функция равна математическому ожиданию произведения двух различных сечений случайного процесса. Для стационарного случайного процесса корреляционная функция четна, достигает максимума в нуле и стремится к нулю на бесконечности

Пример ответа: Корреляционная функция случайного процесса является двухточечным центральным моментом второго порядка.

2. Понятие эргодического свойства. Его практическое значение.

Пример ответа

Пример ответа. Эргодическое свойство — специальное свойство некоторых динамических систем, состоящее в том, что в процессе эволюции почти каждое

состояние с определённой вероятностью проходит вблизи любого другого состояния системы. Практическое значение эргодического свойства заключается в том, что при достаточном времени наблюдения такие системы можно описывать статистическими методами.

Пример ответа:

Для эргодичности по отношению к математическому ожиданию достаточным условием является стремление корреляционной функции $R(\tau)$ к нулю при стремлении τ к бесконечности.

Эргодическое свойство позволяет заменить статистическое осреднение стационарного случайного процесса осреднением одной реализации по достаточно большому промежутку времени.

3. Определение предела случайного процесса в среднем квадратическом

Пример ответа.

Пределом случайного процесса в среднем квадратическом называют случайный вектор, если существует предел евклидовой нормы случайного процесса.

Пример ответа

: Случайная величина Y является пределом случайной функции $X(t)$ при $t \rightarrow t_0$, если предел математического ожидания квадрата их разности стремится к нулю

$$\lim_{t \rightarrow t_0} M \{ [X(t) - Y]^2 \} = 0$$

4. Определение интеграла от случайного процесса

Пример ответа. Интеграл от случайного процесса — это среднеквадратичный предел, не зависящий от выбора разбиений и точек. Он обозначается как обычный интеграл $X(t)dt$. Случайный процесс $X(t)$ называется интегрируемым на интервале $[\alpha, \beta]$ в среднем квадратичном, если для него существует среднеквадратический интеграл по этому интервалу.

Пример ответа:

$$\int_{\alpha}^{\beta} X(t) dt = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{k=0}^n X(t_k) \Delta t_k$$

Описание технологии проведения. Для студента будет предложено десять вопросов, на один из которых необходимо дать письменный ответ (расчетные задачи, практико-ориентированные задачи). Остальные вопросы с выбором ответа, которые проверяются автоматически.

На прохождение теста отводится 30 минут. Максимальное число баллов, которое может получить абитуриент, пройдя тест, равно **35** баллам. Правила оценивания вопросов приведены в «**Критерии и шкалы оценивания**».

Критерии и шкалы оценивания:

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ, в том числе частично.

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

- 5 баллов – задание выполнено верно;
- 2 балла – выполнение задания содержит незначительные ошибки;
- 0 баллов – задание не выполнено или выполнено неверно.

Оценка промежуточной аттестации формируется как интегральная оценка по следующей формуле:

$$Q_{\text{проамттест}} = 0,5Q_{\text{текаттес}} + 0,5Q_{\text{зачет}}$$

При округлении оценки используется правило округления. При получении оценки менее 3 баллов - выставляется «не зачтено». Считается, что контрольная работа и лабораторные работы должны быть зачтены.

Студент, выполнивший в полном объеме программу курса (выполнено практическое задание с оценкой «отлично» и/или «хорошо» (по собеседованию сумма баллов выше нуля и контрольная работа зачтена) и имеющий посещаемость занятий 75% и более, на усмотрение преподавателя может быть освобожден от вопросов к зачету. В этом случае промежуточная аттестация осуществляется по текущей аттестации. Итоговая оценка в этом случае, выставляется как балл по практическому заданию.

20.3 Задания раздела 20.1 и 20.2 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).